

**تمرين 1:**

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{x+1}{e^x} : x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{array} \right.$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بمايلي:

1. حدد  $Df$  ونهايات  $f$  عند محددات  $Df$

2. ادرس اتصال  $f$  و  $0$  عند  $0$ .

3. ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

4. ادرس الفروع اللانهائية ل  $Cf$

5. أدرس تقعر  $Cf$

6. أنشئ  $Cf$

**تمرين 2:**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ حيث } E = \{M \in M_3(\mathbb{R}) / AM = MA\}$$

نعتبر المجموعة التالية

1\_ بين أن  $(E, +, \cdot)$  فضاء متجهي حقيقي

2\_ أحسب  $A^n, A^3, A^2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

3\_ بين أن  $(I, A, A^2)$  أساس ل  $(E, +, \cdot)$  وأستنتج بعده

4\_ بين أن  $(E, +, \times)$  حلقة تبادلية وواحدية

5\_ هل هو جسم؟

**تمرين 3:**

يحتوي كيس على 9 كرات مرقمة كالتالي: كرتين تحملان الرقم 1 واربعة كرات تحمل الرقم

2 وثلاث كرات تحمل الرقم 3؛ نسحب كرة من الصندوق

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بالرقم الذي تحمله الكرة

1. أعط قانون احتمال  $X$

2. احسب  $E(X)$

نوزع الكرات السابقة على كيسيين  $A$  و  $B$  بحيث نضع في  $A$  كرتين تحملان الرقم 1 و كرتين

تحملان الرقم 2 و نضع في  $B$  كرتين تحملان الرقم 2 و ثلاث كرات تحمل الرقم 3

نسحب كرة من  $A$  ونضعها في  $B$  ونسحب كرة من  $B$  ونضعها في  $A$

نعتبر الأحداث التالية

"الكرة المسحوبة من  $A$  تحمل الرقم 1"  $A_1$  "الكرة المسحوبة من  $A$  تحمل الرقم 2"  $A_2$

"الكرة المسحوبة من  $B$  تحمل الرقم 1"  $B_1$  "الكرة المسحوبة من  $B$  تحمل الرقم 2"  $B_2$

3. احسب احتمال  $A_1$  و احتمال  $B_1$  علما أن  $A_1$  محقق

$$4. \text{ بين أن } p(A_1 \cap B_1) = \frac{1}{12}$$

$$5. \text{ بين أن } p(A_2 \cap B_2) = \frac{1}{4}$$

6. ما هو احتمال أن تبقى ل  $A$  نفس التركيبة الأولى

#### تمرين 4

ليكن  $n \in \mathbb{N}$  نضع  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^{2n+1} x}$

1. حدد  $a$  و  $b$  بحيث  $\frac{1}{\cos x} = \frac{a \cos x}{1 - \sin x} + \frac{b \cos x}{1 + \sin x}$   $\left( \forall x \in \left[ 0, \frac{\pi}{4} \right] \right)$

2. استنتج  $I_0$

3. حدد علاقة ترجعية بين  $I_{n-1}$  و  $I_n$

4. أحسب  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^5 x}$

#### التمرين 5:

حدد  $x$  و  $y$  و  $z$  من  $\mathbb{N}^*$  بحيث:  $\overline{yxyz}^{(7)} = \overline{xyzx}^{(11)}$

#### تمرين 6:

ليكن  $\theta \in ]0, \pi[$

1. حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^4 + 2z^2(1 + \cos \theta) \cos \theta + (1 + \cos \theta)^2 = 0$

2. أعط الشكل المثلثي للجذور  $z_1, z_2, z_3, z_4$

أحسب المجموع التالي  $z_1^n + z_2^n + z_3^n + z_4^n$  فرق الحالتين  $n$  فردي و  $n$  زوجي