تمرين1

نعتبر نردين مكعبين A و B . وجوه تحمل الارقام التالية $1,1,3,3,5,5$ ووجوه تحمل الارقام $2,4,4,6,6,6$.
نرمي في ان واحد النرديين .ولكن X المتغير العشوائي الدي يربط كل رمية بجموع الرقمين السجلين

1. اعط قانون احتمال X
2. احسب $V(X)$

تمرين2

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$المعرفة بما يلي:

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k\sqrt[3]{k}}$$

1. ليكن $n\geq 2$.بين أن

$$\forall k\in\{1,...,n-1\}\ \frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k+1}} \leq \int_k^{k+1} \frac{dt}{t\sqrt[3]{t}} \leq \frac{1}{k\sqrt[3]{k}}$$

2. بين أن : $\int_1^n \frac{dt}{t\sqrt[3]{t}} + \frac{1}{n\sqrt[3]{n}} \leq u_n \leq \int_1^n \frac{dt}{t\sqrt[3]{t}} + 1$
3. بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ تزايدية قطعا و مكبورة
4. استنتج أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة.

تمرين 3

نعتبر المجموعة التالية: $E=\left\{T(a,b,c)=\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a+c & b \\ c & b & a \end{pmatrix} / (a,b,c)\in\mathbb{R}^3\right\}$

و $I=T(1,0,0)$ و $A=T(0,1,0)$ و $B=T(0,0,1)$

1. بين ان $(E,+,.)$فضاء متجهي حقيقي محددا بعده
2. حدد احداثيات كل من A^2 و B^2 و AB و BA في الاساس (I,A,B)
3. بين ان $(E,+,\times)$حلقة واحدية
4. هل هي تبادلية ؟ هل هي جسم؟

تمرين 4

1. التكامل التالي $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}\,dx$
2. أحسب النهاية التالية

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k^2}{n^2}\right)\right)^{\frac{1}{n}}$$

تمرين 5

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^4+2a^2z^2(1+\cos\theta)+a^4(1+\cos\theta)^2=0$ مع $a\succ 0$ و $\theta\in]0,\pi[$

تمرين 6:

نعتبر الدالة f المعرفة ب $\begin{cases} f(x)=x\arctan(x) : x\le 0 \\ f(x)=\ln(\frac{e^x+e^{-x}}{2}) : x>0 \end{cases}$

.$\mathbb{A}$

1. حدد Df
2. أدرس اتصال f و قابلية اشتقاقها عند 0
3. أدرس تغيرات الدالة f
4. أدرس الفروع اللانهائية ل (Cf)
5. أنشئ (Cf) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نأخذ الوحدة $\|\vec{i}\|=2cm$
6. أحسب مساحة الحيز المحصور بين (Cf) و محور الأفاصيل و $x=0$ و $x=-1$

.$\mathbb{B}$

نعتبر الدالة F المعرفة ب $F(x)=\int_x^{2x} f(t)dt$: $x\ge 0$

1. بين أن F معرفة على $\mathbb{R}_+$
2. بين أن $\forall x\ge 0 : xf(x)\le F(x)\le xf(2x)$
3. أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) \text{ و } \lim_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x}$$

4. بين أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+$ و حدد مشتقها

تمرين7: أعداد *Mersenne*

1. ليكن (a,n) من $\mathbb{N}-\{0,1\}$
2. بين أن a^n-1 أولي $\Rightarrow a=2$
3. بين أن 2^n-1 أولي $\Rightarrow n$ أولي
4. بين أن $(\forall n\ge 3)\ 2^n+1\succ 2^n-1\ge 7$
5. بين أن $(\forall n\ge 3) 3/(2^n-1)(2^n+1)$
6. استنتج ان 2^n-1 و 2^n+1 لا يمكن ان يكونا اوليان في نفس الوقت