اقتراح موضوع الباكلوريا ذ.الواضيح

تمرين1

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية: $13x-8y=1$
2. استنتج حلول النظمة التالية في $\mathbb{Z}^3$:

$$\begin{cases} 5x+y-2z=0 \\ 8x-9y+2z=1 \end{cases}$$

3. حل في $\mathbb{Z}$ النظمة التالية:

$$\begin{cases} x \equiv 1[13] \\ x \equiv 2[8] \end{cases}$$

تمرين2

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي:

$$u_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k\sqrt[3]{k}}$$

1. ليكن $n\geq 2$.بين أن

$$\forall k\in\{1,...,n-1\}\ \frac{1}{(k+1)\sqrt[3]{k+1}}\leq\int_k^{k+1}\frac{dt}{t\sqrt[3]{t}}\leq\frac{1}{k\sqrt[3]{k}}$$

2. بين أن : $\int_1^n\frac{dt}{t\sqrt[3]{t}}+\frac{1}{n\sqrt[3]{n}}\leq u_n\leq\int_1^n\frac{dt}{t\sqrt[3]{t}}+1$
3. بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ تزايدية قطعا و مكبورة
4. استنتج أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة.

تمرين 3

نعتبر المجموعة التالية $E=\{M(x,y)=xI+yA/(x,y)\in\mathbb{R}^2\}$ مع $I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ و $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$

1. بين أن $(E,+,.)$فضاء متجهي حقيقي محددا بعده
2. أ. تحقق أن $A^2=A+2I$

ب.استنتج أن A تقبل مقلوبا في $(\mathcal{M}_3(\mathbb{R}),\times)$ ينبغي تحديده

3. بين أن $(E,+,\times)$حلقة تبادلية و واحدية.
4. هل $(E,+,\times)$ جسم؟
5. هل $(E,+,\times)$ حلقة كاملة؟ (استعمل السؤال 2.أ.)
6. أ. أحسب J^n حيث $n\in\mathbb{N}$ مع $J=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$

ب.أستنتج $(M(x,y))^n$ مع $n\in\mathbb{N}$ (لاحظ $M(x,y)=(x-y)I+yJ$)

تمرين 4

1. التكامل التالي $\int_0^1\frac{x^2}{1+x^2}dx$

2. أحسب النهاية التالية

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k^2}{n^2}\right)\right)^{\frac{1}{n}}$$

<u>تمرين 5</u>

نعتبر الدالة f المعرفة ب $\begin{cases} f(x)=x\arctan(x) : x\le 0 \\ f(x)=\ln(\frac{e^x+e^{-x}}{2}) : x>0 \end{cases}$

.$\mathbb{A}$

1. حدد Df
2. أدرس اتصال f و قابلية اشتقاقها عند 0
3. أدرس تغيرات الدالة f
4. أدرس الفروع اللانهائية ل (Cf)
5. أنشئ (Cf) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نأخذ الوحدة $\|\vec{i}\|=2cm$
6. أحسب مساحة الحيز المحصور بين (Cf) و محور الأفاصيل و $x=0$ و $x=-1$

.$\mathbb{B}$

نعتبر الدالة F المعرفة ب $F(x)=\int_{x}^{2x} f(t)dt$: $x\ge 0$

1. بين أن F معرفة على $\mathbb{R}_+$
2. بين أن $\forall x\ge 0 : xf(x)\le F(x)\le xf(2x)$
3. أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) \text{ و } \lim_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x}$$

4. بين أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}_+$ و حدد مشتقها