المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر و البحث العلمي الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين جهة الشاوية ورديغة- سطات نيابة خريبكة ثانوية ابن عبدون	**الامتحان التجريبي** **مارس2005**	**المادة:الرياضيات** **المستوى:الثانية سلك باكالوريا** **الشعبة:العلوم الرياضية** **المعامل:10** **مدة الإنجاز:4 ساعات**

يسمح باستعمال الحاسبة الغير المبرمجة

تمرين1: $(4pts)$

لتكن S مجموعة الأزواج (x,y) من $\mathbb{N}^{*2}$ التي تحقق $\begin{cases} x\wedge y = y-x \\ y \succ x \end{cases}$

1. حدد $484\wedge 363$ بطريقتين مختلفتين — 0.5
2. هل $(363,484)$ و $(n,n+1)$ ينتميان إلى S ؟ $n\in\mathbb{N}^*$ — 0.5
3. بين أن كل زوج من S يكتب على الشكل التالي $\begin{cases} x = pn \\ y = p(n+1) \end{cases}$ مع p و n من $\mathbb{N}^*$ — 1
4. حدد (x,y) من S بحيث $x\vee y = 228$ — 1
5. حدد (x,y) من S بحيث $x\vee y = 210(x\wedge y)$ — 1

تمرين2: $(4pts)$

نعتبر المجموعة التالية: $E=\{M(a,b)=aI+bA/(a,b)\in\mathbb{R}^2\}$ مع

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} \text{ و } A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$$

1. أ. بين أن $A^2 = A+2I$ $(*)$ — 0.5

ب. استنتج أن A تقبل مقلوبا ينبغي تحديده

2. بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad A^n = u_nA+v_nI$ — 0.5
3. نضع $\begin{cases} \alpha_{n+1} = 2u_{n+1}+v_{n+1} \\ \beta_{n+1} = u_{n+1}-v_{n+1} \end{cases}$ — 1.5

أ. حدد طبيعة $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}}$

ب. أعط الحد العام ل $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}}$

ت. استنتج A^n بدلالة n

4. بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية و واحدية — 1
5. أ. باستعمال المتساوية $(*)$ بين أن $(E,+,\times)$ حلقة غير كاملة — 0.5

ب. هل $(E,+,\times)$ جسم؟

تمرين3: $(3pts)$

نعتبر المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفتين بما يلي :

$\begin{cases} u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + v_n) \\ v_n = \frac{2}{u_n} \end{cases}$ 1. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \sqrt{2} \prec u_n \leq 2$ 2. بين أن (u_n) تناقصية وأن (v_n) تزايدية 3. أ. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \; u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{(u_n - v_n)^2}{2(u_n + v_n)}$ ب. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \; u_n - v_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - v_0)$ 4. بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متحاديتان 5. حدد l النهاية المشتركة ل $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ 6. أ. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \; u_n - l \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - v_0)$ ب. حدد $p \in \mathbb{N}$ بحيث $\lvert u_p - l \rvert \leq 10^{-2}$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
.𝔸 1. بين أن $(\forall x \succ 0) \; 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \leq e^{-x} \leq 1 - x + \frac{x^2}{2}$ 2. استنتج النهاية: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$ 3. نعتبر الدالة g المعرفة ب $g(x) = (1+x)e^{-x}$ أ.أحسب نهايات g عند محدات Dg ب.أدرس تغيرات الدالة g **.𝔹** نعتبر الدالة f المعرفة ب $\begin{cases} f(x) = \frac{e^{-2x} - e^{-3x}}{x} : x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ 1. أحسب نهايات f عند محدات Df 2. أدرس اتصال f وقابلية اشتقاقها عند0. 3. أ.تحقق أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}^*\right) \; f'(x) = \frac{g(3x) - g(2x)}{x^2}$ ب.أعط جدول تغيرات f 4. أدرس الفروع اللانهائية ل (Cf) 5. أرسم (Cf).	**مسألة:** $(9\,pts)$ 1 0.75 1.25 0.5 1 1 0.5 0.75

$\mathbb{C}$.	
نعتبر الدالة F المعرفة ب $x \succ 0 : F(x) = \int_1^x f(t)dt$	
1. بين أن $(\forall x \succ 0)(\forall m \succ 0) \int_1^x \frac{e^{-mt}}{t}dt = \int_m^{mx} \frac{e^{-u}}{u}du$	0.25
2. استنتج أن $(\forall x \succ 0)\ F(x) = \int_2^3 \frac{e^{-t}}{t}dt - \int_{2x}^{3x} \frac{e^{-t}}{t}dt$	0.25
3. أ. باستعمال مبرهنة المتوسط بين أن $\lim_{x\to+\infty} \int_{2x}^{3x} \frac{e^{-t}}{t}dt = 0$	0.5
ب. استنتج $\lim_{x\to+\infty} F(x)$	0.75
4. أ. بين أن $(\forall x \succ 0)\ e^{-3x}\ln(\frac{3}{2}) \le \int_{2x}^{3x} \frac{e^{-t}}{t}dt \le e^{-2x}\ln(\frac{3}{2})$	
ب. أستنتج أن $\lim_{x\to0^+} F(x) = \int_2^3 \frac{e^{-t}}{t}dt - \ln(\frac{3}{2})$	0.5
5. ليكن $\lambda \succ 0$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد ب (Cf) و محور الأفاصيل و المستقيمين $x=0$ و $x=\lambda$ أحسب $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$	