Centre Ibn Abdoune **17/06/08**
Classes Préparatoires **MPSI 1**
Khouribga **ELOUADIH**

Série 23 : Espaces Affines

Exercice 1.
Soit f une transformation affine de E et h une homothétie de centre A et de rapport $k \neq 1$.Montrer que $f \circ h \circ f^{-1}$ est une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport

Exercice 2.
Quelles sont les applications affines qui commutent avec toutes les translations ?

Exercice 3.
Soient $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ deux s.e.a de directions respectives F et G contenant respectivement A et B
Montrer que $\mathcal{F} \subset \mathcal{G} \Longleftrightarrow F \subset G$ et $\overrightarrow{AB} \in G$

Exercice 4.
Soient $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ deux s.e.a de directions respectives F et G contenant respectivement A et B
Montrer que $\mathcal{F} \cap \mathcal{G} \neq \varnothing \Longleftrightarrow \overrightarrow{AB} \in F + G$

Exercice 5.
Soient A,B et C trois points non alignés de E .M_1 (resp.$M_2; M_3$)leur barycentre affectés des coefficients a_1, b_1 et c_1 (resp.a_2, b_2 et c_2 ; a_3, b_3 et c_3).
Montrer que M_1, M_2etM_3sont alignés ssi $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

Exercice 6.
Soit f une application affine de E.Montrer que l'ensemble des points invariants est soit vide soit un s.e.a dirigé par le s.e.v des vecteurs invariants par $\overrightarrow{f}$

Exercice 7.
Soient $\mathcal{F}$ et $\mathcal{G}$ deux s.e.a de directions respectives F et G avec $F \oplus G = E$.On note s_1(resp.s_2) la symétrie par rapport à $\mathcal{F}$ (resp $\mathcal{G}$)parallélement à G (resp.à F).
Déterminer $s_1 \circ s_2; s_2 \circ s_1$

Exercice 8.
Soient A,B et C trois points non alignés d'un plan E.On note I le milieu de [BC],J le milieu de [CA] et K le milieu de [AB].Soit Ω un point de E et $h = h(\Omega, 2)$.A'=h(I),B'=h(J) et C'=h(K).Montrer que les droites (AA'),(BB') et (CC') sont concourantes.

Exercice 9.
Quelle est la composée de

1. de deux symétries centrales ?
2. d'une symétrie centrale et d'une translation ?
3. de n symétries centrales ?

Exercice 10.
On appelle enveloppe convexe d'une partie A de E ,la plus petite partie convexe de E qui contient A.

1. Montrer que l'enveloppe convexe de A est l'intersection de tous les convexes contenant A
2. Montrer que l'enveloppe convexe des points $A_1, A_2, ..., A_n$ est égale à l'ensemble des barycentres à coefficients positifs de ces points

Exercice 11.
Dans $\mathbb{R}^2$,soient D_1, D_2 et D_3 trois droites d'équations respectives :

$$u_i x + v_i y + h_i = 0$$

On suppose qu'au moins deux des trois droites ne sont pas paralleles.Montrer que les trois droites sont concourantes si et seulement si $\begin{vmatrix} u_1 & v_1 & h_1 \\ u_2 & v_2 & h_2 \\ u_3 & v_3 & h_3 \end{vmatrix} = 0$