Complexe Chourouk **27/12/2019**

1SM

Khouribga **ELOUADIH**

Série7: Suites

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = n^2 - 2n + 3$

1. Montrer que (u_n) est minorée
2. Montrer que (u_n) est non majorée

Exercice 2

Etudier la monotonie de la suite définie par

1. $u_n = -n^2 + 3$
2. $u_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$
3. $u_n = \frac{2n-1}{2n+1}$

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{1+u_n^2}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < u_n < 1$
2. Montrer que (u_n) est croissante
3. En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n \geq \frac{1}{2}$

Exercice 4

les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

1. $u_n = 3 - 5n$
2. $v_n = -1 + 2n$
3. $w_n = n^2 + n$

Exercice 5

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r

1. Sachant que $u_0 = -6; r = 4$ calculer $u_5; u_{10}$
2. Sachant que $u_1 = 5; u_{13} = 7$ calculer r
3. Sachant que $u_{20} = 11; r = 6$ calculer $u_0; u_{11}$

Exercice 6

calculer les sommes suivantes :

1. $S_1 = 15 + 21 + 27 + 33 + ... + 603$

2. $S_2 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} + 3 + ... + \frac{19}{3} + 7$
3. $S_3 = 10 + 12 + 14 + ... + 2016$

Exercice 7
les suites suivantes sont-elles géométriques ?

1. $u_n = (-1)^n$
2. $v_n = 6^{2n}$
3. $w_n = 2^n + 3^n$

Exercice 8
Soit (u_n) une suite géométrique de raison q

1. Sachant que $u_0 = 32; q = \frac{1}{2}$ calculer $u_4; u_6$
2. Sachant que $u_2 = \frac{1}{81}; q = 3$ calculer u_0
3. Sachant que $u_1 = 1; u_4 = 8$ calculer q

Exercice 9
calculer les sommes suivantes :

1. $S_1 = 1 + \frac{2}{5} + \frac{4}{25} + \frac{8}{125} + ... + \frac{256}{390625}$
2. $S_2 = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + ... + \frac{1}{10000000}$
3. $S_3 = 1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + .. + \frac{1}{1048576}$

Exercice 10
Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
Simplifier$S = u_0 + u_1 + ... + u_{2017}$

Exercice 11
Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$
Simplifier$S = u_1 + u_2 + ... + u_{2017}$

Exercice 12
Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{2+u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 \leq u_n < 1$
2. Etudier la monotonie de (u_n)

Exercice 13
Soit (v_n) la suite définie par $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \frac{2+v_n^2}{2v_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n > \sqrt{2}$
2. Etudier la monotonie de (v_n)

Exercice 14
Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n-3}{3u_n-1}, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

1. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) u_n \neq 1$
2. On pose $v_n = \frac{u_n+1}{u_n-1}$

(a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique

(b) Déterminer v_n en fonction de n

(c) En déduire u_n en fonction de n

(d) Calculer en fonction de n ,la somme $S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k$

Exercice 15

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{1}{2}(\frac{3}{4})^n, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. calculer u_1 et u_2
2. On pose $v_n = u_n - (\frac{3}{4})^n$

   (a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique

   (b) Déterminer v_n en fonction de n

   (c) En déduire u_n en fonction de n

   (d) Calculer en fonction de n ,la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$

Exercice 16

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{1}{2}u_{n+1} + \frac{1}{2}u_n, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. calculer u_2 et u_3
2. On pose $v_n = u_{n+1} - u_n$

   (a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique

   (b) Déterminer v_n en fonction de n

   (c) Calculer de deux façons différentes ,la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} v_k$

   (d) En déduire u_n en fonction de n

Exercice 17

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{3+\sqrt{u_n}}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer que (u_n) est décroissante
2. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} \leq \frac{2}{3}u_n$
3. En déduire $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n \leq (\frac{2}{3})^n$

Exercice 18

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{u_n} - \frac{2}{u_n^2}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer que (u_n) est minorée par 2
2. Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} - 2 \leq \frac{1}{4}(u_n - 2)$
3. En déduire $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 \leq u_n \leq (\frac{1}{4})^n$

Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33